

Physics

$$\omega = 2\pi f$$

$$t = \frac{s}{v}$$

$$V^2 = u^2 + 2as$$

$$PE = mgh$$

$$P = \frac{W}{t}$$

$$I = \frac{V}{R}$$

$$PE = m \times g \times h$$

$$S_+ = V_+^X$$

$$S = \left(\frac{u+v}{2} \right) t$$

$$E = mg^2$$

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$T = \frac{E}{D + r}$$

Reminder...

- ◉ Διαλέξεις
 - ◉ Προαιρετική παρουσία!
- ◉ Είστε εδώ γιατί **θέλετε** να ακούσετε/συμμετέχετε
- ◉ Δεν υπάρχουν απουσίες
- ◉ Υπάρχει σεβασμός στους συναδέλφους σας και στην εκπαιδευτική διαδικασία
- ◉ Προστατέψτε εσάς και τους συναδέλφους σας: απέχετε από το μάθημα αν δεν είστε/αισθάνεστε καλά



Εικόνα: Isaac Newton: Θεωρείται πατέρας της Κλασικής Φυσικής, καθώς ξεκινώντας από τις παρατηρήσεις του Γαλιλαίου αλλά και τους νόμους του Κέπλερ για την κίνηση των πλανητών διατύπωσε τους τρεις μνημειώδεις νόμους της κίνησης και τον περισπούδαστο «νόμο της βαρύτητας»

Φυσική για Μηχανικούς

Μηχανική

Οι Νόμοι της Κίνησης



Εικόνα: Isaac Newton: Θεωρείται πατέρας της Κλασικής Φυσικής, καθώς ξεκινώντας από τις παρατηρήσεις του Γαλιλαίου αλλά και τους νόμους του Κέπλερ για την κίνηση των πλανητών διατύπωσε τους τρεις μνημειώδεις νόμους της κίνησης και τον περισπούδαστο «νόμο της βαρύτητας»

Φυσική για Μηχανικούς

Μηχανική

Οι Νόμοι της Κίνησης

Οι Νόμοι της Κίνησης

- Ως τώρα, μελετήσαμε κινήσεις σωματιδίων
 - Ορίσαμε θέση, μετατόπιση, ταχύτητες, επιταχύνσεις...
 - ...καθώς και **μοντέλα κίνησης** με τα οποία μπορούμε να περιγράψουμε πραγματικά φαινόμενα
 - Κίνηση υπό μηδενική ή μη-μηδενική, σταθερή, επιτάχυνση
 - Δεν μας ενδιέφερε η **αιτία** της κίνησης
- Καιρός να τη μελετήσουμε κι αυτή! 😊

Οι Νόμοι της Κίνησης

◉ Ερωτήματα

- ◉ Γιατί μεταβάλλεται η κίνηση ενός αντικειμένου;
- ◉ Τι προκαλεί την κίνηση ή την ακινησία του;
- ◉ Γιατί είναι πιο εύκολο να κινήσουμε ένα “μικρό” από ένα “μεγάλο” αντικείμενο;

◉ «Κλειδιά» για τις απαντήσεις

- ◉ **Δύναμη (Force – F)** που ασκείται στο αντικείμενο
- ◉ **Μάζα (Mass – m)** του αντικειμένου

Οι Νόμοι της Κίνησης

• Δύναμη

- Καθημερινή εμπειρία
 - Πέταγμα μπάλας
 - Σπρώξιμο ντουλάπας
 - Τράβηγμα συρταριού
- Αλληλεπίδραση με αντικείμενα μέσω μυικής δράσης, με αποτέλεσμα την αλλαγή της κινητικής τους κατάστασης
- Δεν είναι όμως πάντα απαραίτητη η πρόκληση κίνησης
 - Βαριά μπάλα
 - Μεγάλη ντουλάπα
 - Κλειδωμένο συρτάρι

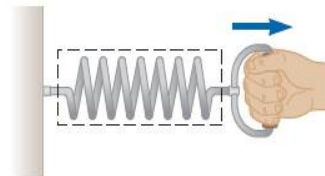
Οι Νόμοι της Κίνησης

- “Οι Δυνάμεις είναι αυτές που αλλάζουν την ταχύτητα ενός σώματος”

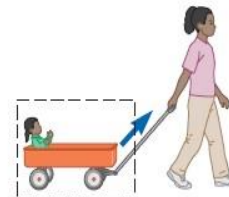
(I. Newton)

- Δυο κατηγορίες δυνάμεων
 - Δυνάμεις Επαφής
 - Δυνάμεις Πεδίου

Δυνάμεις Επαφής



a

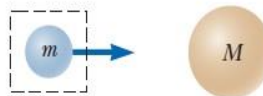


b

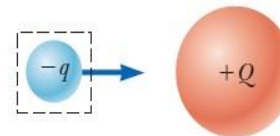


c

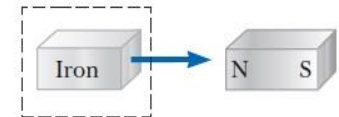
Δυνάμεις Πεδίου



d



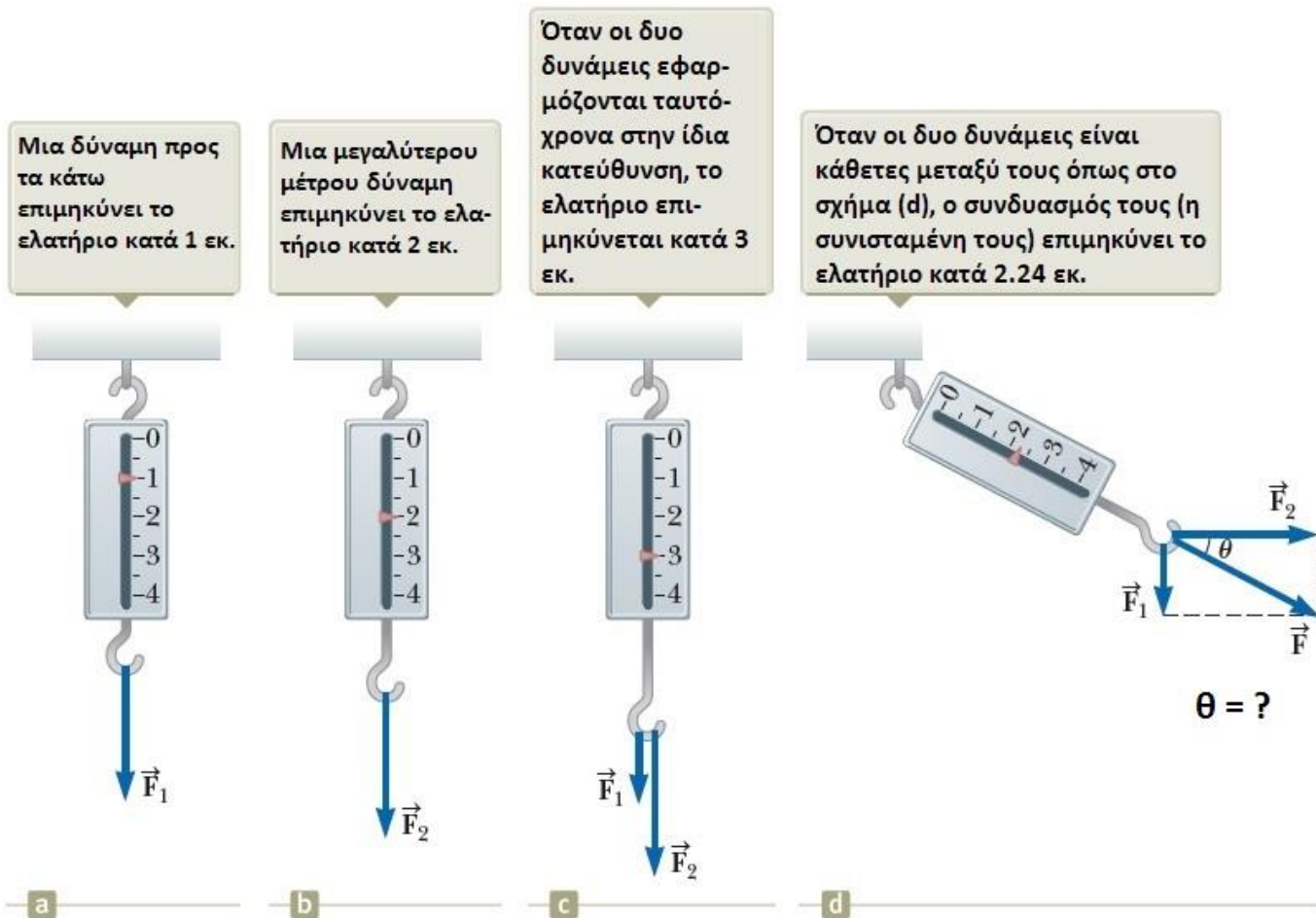
e



f

Οι Νόμοι της Κίνησης

- Η διανυσματική φύση της Δύναμης



Οι Νόμοι της Κίνησης

- **Συστήματα αναφοράς**

- **Σύστημα αναφοράς** ονομάζουμε το φυσικό αντικείμενο στο οποίο προσαρτούμε το σύστημα συντεταγμένων μας
 - Π.χ. το έδαφος, όταν μετράμε την ταχύτητα ενός σώματος
- Ένα σύστημα αναφοράς στο οποίο ένα σώμα **δεν αλληλεπιδρά** με άλλα σώματα και έχει **μηδενική** επιτάχυνση λέγεται **αδρανειακό σύστημα αναφοράς**

Οι Νόμοι της Κίνησης

◉ Πρώτος Νόμος του Newton

- ◉ Πάντα μπορούμε να βρούμε ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς
 - ◉ ...και στη συνέχεια θα θεωρούμε κάθε σύστημα αναφοράς ως αδρανειακό, κι εκεί θα ισχύουν οι νόμοι που θα περιγράψουμε

◉ Απουσία εξωτερικών δυνάμεων και παρουσία αδρανειακού συστήματος αναφοράς

- ◉ ένα σώμα σε ηρεμία παραμένει σε ηρεμία
- ◉ ένα σώμα υπό σταθερή ταχύτητα παραμένει υπό σταθερή ταχύτητα

◉ Με άλλα λόγια

- ◉ Όταν δεν επιδρά καμιά δύναμη σε ένα σώμα, η επιτάχυνση του σώματος είναι μηδενική

- ◉ Η τάση ενός σώματος να αντιδρά σε οποιαδήποτε μεταβολή της κινητικής του κατάστασης λέγεται **αδράνεια**

Οι Νόμοι της Κίνησης

◉ Πρώτος Νόμος του Newton

- ◉ Όμως η δύναμη είναι διανυσματικό μέγεθος
- ◉ Μπορούν να ασκούνται δυνάμεις επάνω σε ένα σώμα αλλά η συνολική δύναμη (ή **συνισταμένη**) να είναι μηδέν!

- ◉ Άρα μια πιο σωστή διατύπωση του 1^{ου} νόμου του Newton θα είναι:

- ◉ Αν η συνισταμένη (το διανυσματικό άθροισμα) των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα είναι μηδενική, η επιτάχυνση του σώματος είναι μηδενική
 - ◉ Αν το σώμα είναι ακίνητο, τότε παραμένει ακίνητο
 - ◉ Αν κινείται υπό σταθερή ταχύτητα, συνεχίζει και κινείται έτσι
- ◉ Λέμε τότε ότι το σώμα **ισορροπεί**

Οι Νόμοι της Κίνησης

- Από τα προηγούμενα, μπορούμε λοιπόν να συμπεράνουμε ότι:
- Ένα σώμα που επιταχύνει πρέπει να υπόκειται σε κάποια (συνισταμένη, μη μηδενική) δύναμη
- Η δύναμη είναι το αίτιο της μεταβολής της κίνησης ενός σώματος
- Ο 1^{ος} νόμος του Newton γράφεται ως

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0}$$

Οι Νόμοι της Κίνησης

- Διαφορετικά σώματα χρειάζονται διαφορετικό μέτρο δύναμης για να μεταβάλλουν την κατάσταση κίνησής τους
 - Με άλλα λόγια, αντιστέκονται περισσότερο ή λιγότερο στη μεταβολή της κίνησής τους
- Γιατί;
 - Γιατί έχουν διαφορετική **μάζα**
- Η **μάζα** είναι μια ιδιότητα ενός σώματος που **ορίζει «πόση» αντίσταση παρουσιάζει στην προσπάθεια μεταβολής της ταχύτητάς του**

Οι Νόμοι της Κίνησης

- Ο 1^{ος} Νόμος του Newton μας εξηγεί τι συμβαίνει σε ένα σώμα όταν οι δυνάμεις που ασκούνται έχουν συνισταμένη μηδέν
- Ο 2^{ος} Νόμος του Newton (που θα δούμε αμέσως) μας εξηγεί τι συμβαίνει όταν οι δυνάμεις που ασκούνται επάνω του **ΔΕΝ** έχουν μηδενική συνισταμένη

Οι Νόμοι της Κίνησης

• Δεύτερος Νόμος του Newton

- Σε ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς, η επιτάχυνση ενός σώματος είναι
 1. ευθέως ανάλογη στη συνολική δύναμη, $\sum \vec{F}$, που ασκείται επάνω του και
 2. αντιστρόφως ανάλογη της μάζας του, m

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m}$$

- και έτσι έχουμε τη γνωστή σχέση

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

Οι Νόμοι της Κίνησης

- Φυσικά, μπορούμε – και σε πολλές περιπτώσεις **επιβάλλεται** – να αναλύσουμε το 2^ο νόμο (όπως και τον 1^ο) σε **συνιστώσες παράλληλες με τους άξονες** του συστήματος αναφοράς μας

$$\sum \vec{F}_x = m\vec{a}_x, \quad \sum \vec{F}_y = m\vec{a}_y, \quad \sum \vec{F}_z = m\vec{a}_z$$

- Μπορούμε να μετατρέψουμε τις παραπάνω διανυσματικές εξισώσεις σε αλγεβρικές λαμβάνοντας υπ' όψη τη θετική φορά του εκάστοτε άξονα
 -όπως θα δείξουμε στο επόμενο παράδειγμα
- Μονάδα μέτρησης δύναμης στο S.I.
 - Newton (N) $\Leftrightarrow 1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$

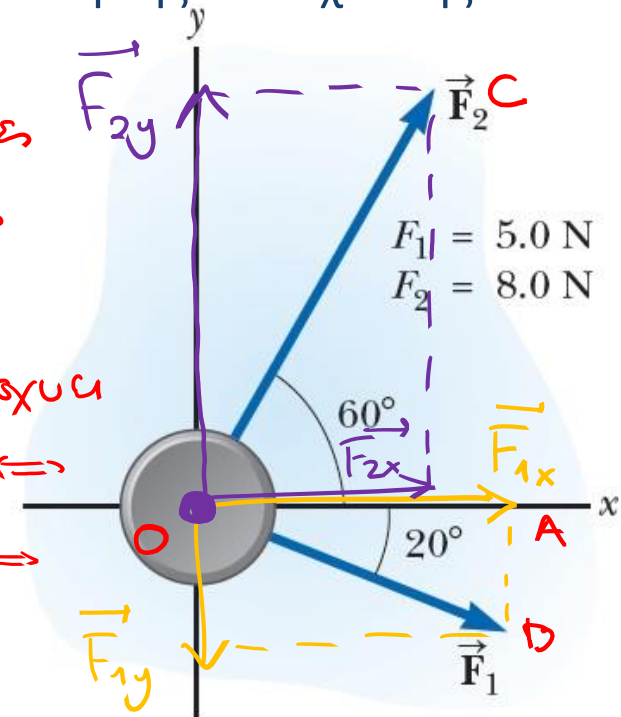
Οι Νόμοι της Κίνησης

◉ Παράδειγμα:

- ◉ Ένας δίσκος του hockey στον πάγο, μάζας 0.3 kg, ολισθαίνει ελεύθερα σε οριζόντια επιφάνεια πάγου. Δυο μπαστούνια τη χτυπούν ταυτόχρονα, με δυνάμεις και υπό γωνίες όπως στην Εικόνα. Βρείτε το μέτρο και την κατεύθυνση της επιτάχυνσης του δίσκου.

Αναλύουμε τις δυνάμεις $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ στας άξονες x, y . Το σώμα επιταχύνεται και στα δύο άξονες

- x -άξονας: Το σώμα επιταχύνεται άρα ισχύει ο 2ος νόμος του Newton: $\sum \vec{F}_x = m \vec{a}_x \Leftrightarrow \vec{F}_{1x} + \vec{F}_{2x} = m \vec{a}_x \Leftrightarrow F_1 \cdot \cos(20^\circ) + F_2 \cdot \cos(60^\circ) = m a_x \Leftrightarrow$



Οι Νόμοι της Κίνησης

• Παράδειγμα – Λύση:

- Δίσκος μάζας 0.3 kg, ολισθαίνει ελεύθερα σε οριζόντια επιφάνεια πάγου. Βρείτε το μέτρο και την κατεύθυνση της επιτάχυνσης του δίσκου.

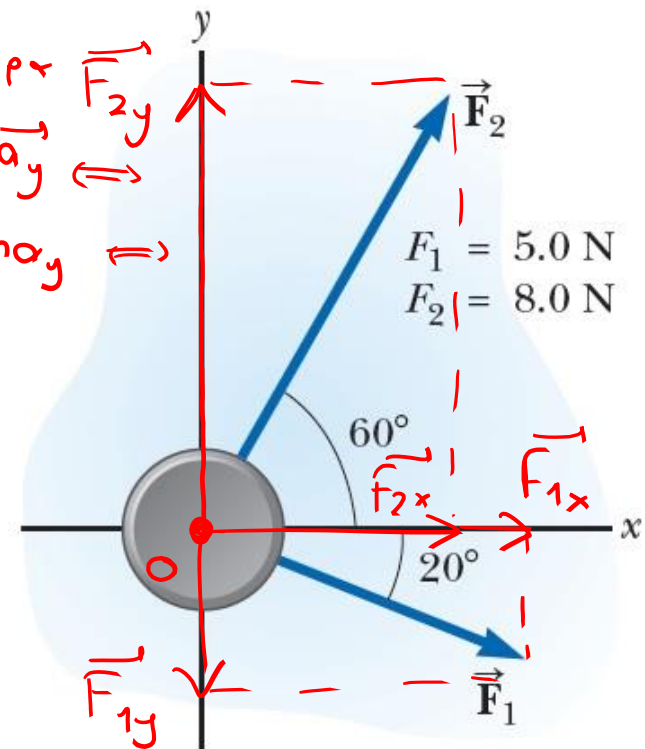
$$\Rightarrow a_x = \frac{F_1 \cos 20^\circ + F_2 \cos 60^\circ}{m} = 29 \frac{m}{s^2}$$

• y-άξονας: το κύριο επιταχύνεται, άρα $\vec{F}_{2y}$ ισχύει ο 2ος νόμος Newton: $\sum \vec{F}_y = m\vec{a}_y \Leftrightarrow$
 $\Rightarrow \vec{F}_{1y} + \vec{F}_{2y} = m\vec{a}_y \Rightarrow F_{2y} - F_{1y} = ma_y \Leftrightarrow$

$$\Rightarrow F_2 \sin 60^\circ - F_1 \sin 20^\circ = ma_y \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow a_y = \frac{F_2 \sin 60^\circ - F_1 \sin 20^\circ}{m} = 17 \frac{m}{s^2}$$

Άρα $\vec{a} = 29\vec{i} + 17\vec{j} \frac{m}{s^2}$



Οι Νόμοι της Κίνησης

• Παράδειγμα – Λύση:

- Δίσκος μάζας 0.3 kg, ολισθαίνει ελεύθερα σε οριζόντια επιφάνεια πάγου. Βρείτε το μέτρο και την κατεύθυνση της επιτάχυνσης του δίσκου.

Λρα

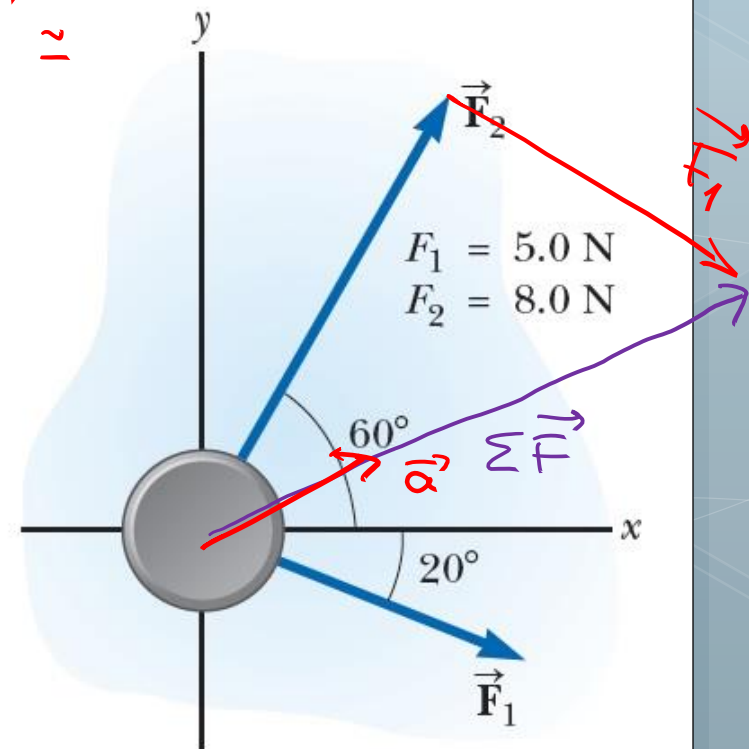
$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{29^2 + 17^2} \approx 33.6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\vartheta = \tan^{-1} \frac{a_y}{a_x} = \tan^{-1} \frac{17}{29} \approx 30^\circ$$

Λρα

$$|\vec{a}| = 33.6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \vartheta \approx 30^\circ$$

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a}$$



Οι Νόμοι της Κίνησης

- Όλα τα σώματα έλκονται από τη Γη
 - Με άλλα λόγια, η Γη ασκεί δύναμη επάνω τους
 - Άρα, τα επιταχύνει!
- Βαρυτική επιτάχυνση $\vec{g}$
- 2^{ος} Νόμος του Newton για αντικείμενο που πέφτει ελεύθερα (απουσία αντιστάσεων του αέρα)

$$\sum \vec{F} = m\vec{g} \Leftrightarrow \vec{F}_g = m\vec{g}$$

Οι Νόμοι της Κίνησης

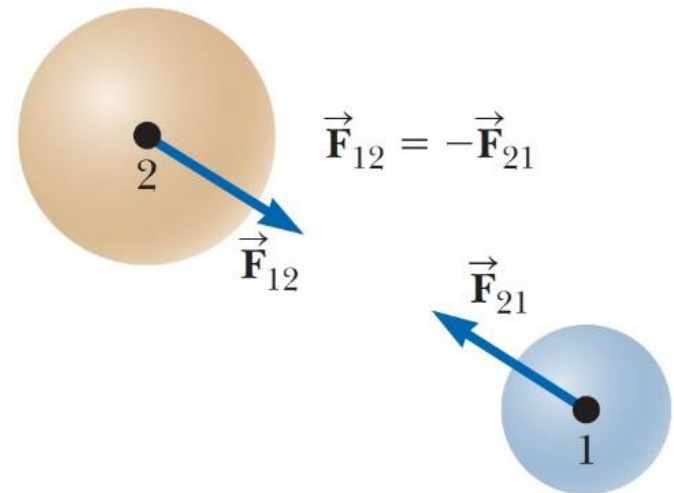
• Τρίτος Νόμος του Newton

- Σε κάθε δράση, υπάρχει μια αντίδραση!

- Πιο τυπικά... ☺

- Αν δυο σώματα αλληλεπιδρούν, η δύναμη $\vec{F}_{12}$ που ασκείται από το σώμα 1 στο σώμα 2 είναι ίση σε μέτρο και αντίθετη σε κατεύθυνση στη δύναμη $\vec{F}_{21}$, που ασκείται από το σώμα 2 στο σώμα 1:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$



Οι δυνάμεις του 3^{ου} νόμου Newton
ασκούνται σε διαφορετικά σώματα!!!

Οι Νόμοι της Κίνησης

ο Τρεις Νόμοι του Newton

1. Ένα σώμα στο οποίο η συνισταμένη των δυνάμεων που του ασκούνται είναι μηδενική, ισορροπεί (δηλ. δεν επιταχύνεται)

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0}$$

2. Ένα σώμα στο οποίο η συνισταμένη των δυνάμεων που του ασκούνται είναι μη μηδενική, επιταχύνεται

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$

3. Αν δυο σώματα αλληλεπιδρούν, η δύναμη $\vec{F}_{12}$ που ασκείται από το σώμα 1 στο σώμα 2 είναι ίση σε μέτρο και αντίθετη σε κατεύθυνση στη δύναμη $\vec{F}_{21}$, που ασκείται από το σώμα 2 στο σώμα 1

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Οι Νόμοι της Κίνησης

- **Ανάλυση** με βάση τους Τρεις Νόμους

- Δυο **νέα** μοντέλα

- Α) Όταν τα σώματα βρίσκονται σε **ισορροπία** ($\vec{a} = \mathbf{0}$), και η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται πάνω τους είναι μηδενική
- Β) Όταν σώματα **επιταχύνουν** υπό την άσκηση εξωτερικών δυνάμεων ($\vec{a} \neq \mathbf{0}$) και η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται πάνω τους είναι μη μηδενική

Θυμηθείτε τα μοντέλα της Κινητικής!!

A. Κίνηση υπό σταθερή ταχύτητα

B. Κίνηση υπό σταθερή επιτάχυνση

Οι Νόμοι της Κίνησης

• Τέσσερα μοντέλα ανάλυσης της κίνησης

Σώμα σε
ακίνησια

Κίνηση υπό
σταθερή
ταχύτητα

$$x_f = x_i + u_x t$$

Κίνηση υπό σταθερή επιτάχυνση

1. $u_{x_f} = u_{x_i} + a_x t$
2. $u_{x,avg} = \frac{u_{x_i} + u_{x_f}}{2}$
3. $x_f = x_i + u_{x,avg} t$
4. $x_f = x_i + u_{x_i} t + \frac{1}{2} a_x t^2$
5. $u_{x_f}^2 = u_{x_i}^2 + 2a_x(x_f - x_i)$

Σώμα σε
ισορροπία

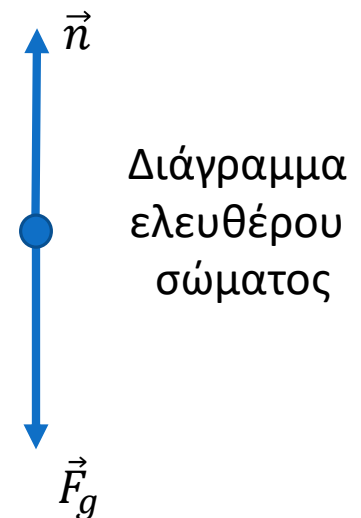
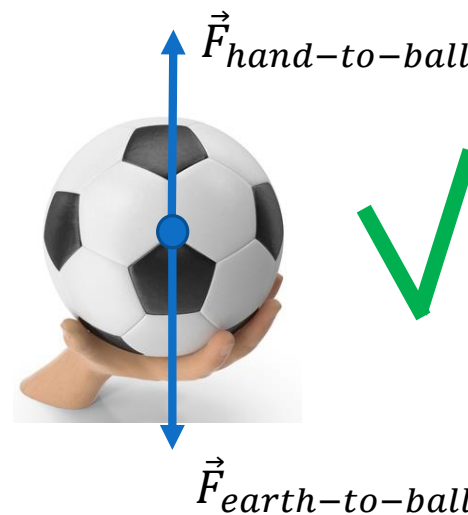
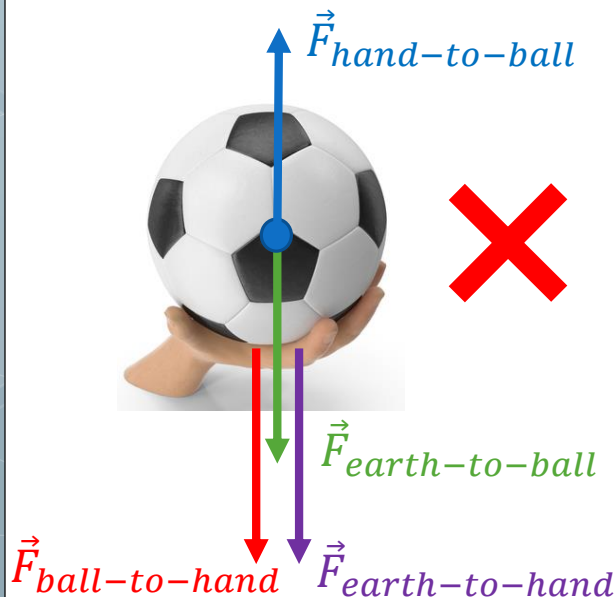
$$\Sigma \vec{F} = \vec{0}$$

Σώμα σε
επιτάχυνση

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$

Οι Νόμοι της Κίνησης

- Πώς βρίσκουμε/σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται σε ένα σώμα?
 - Κατ' αρχάς πρέπει να καταλαβαίνουμε **ΠΟΙΕΣ** είναι αυτές οι δυνάμεις
 - ...να τις διακρίνουμε δηλαδή από όποιες άλλες...
 - ...και να τις σχεδιάσουμε πάνω στο σώμα, θεωρώντας ότι όλες ξεκινούν από το κέντρο του (σαν να ήταν σωματίδιο)



Οι Νόμοι της Κίνησης

- Α) Όταν τα αντικείμενα βρίσκονται σε **ισορροπία**

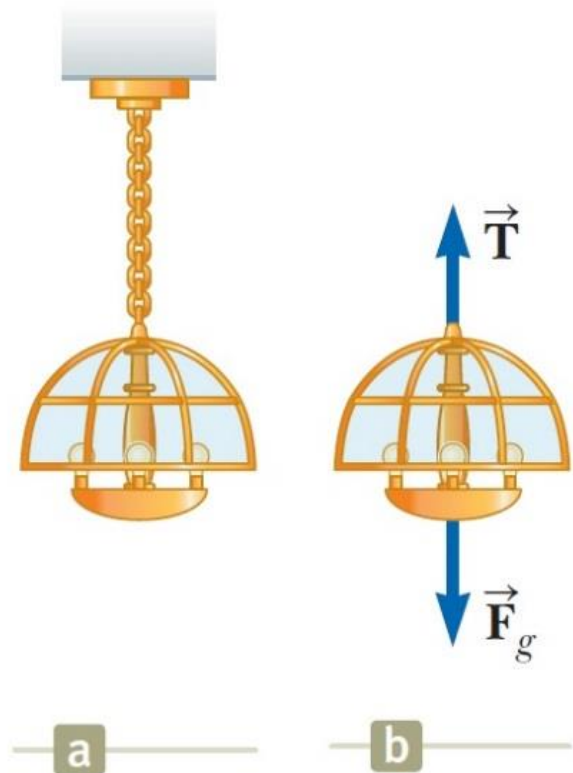
$$(\vec{a} = 0)$$

η συνισταμένη των δυνάμεων

$$\sum \vec{F} = 0 !$$

- **Παράδειγμα**

- Ο πολυέλαιος κρέμεται σταθερά από το ταβάνι. Ποιες δυνάμεις ασκούνται επάνω του?



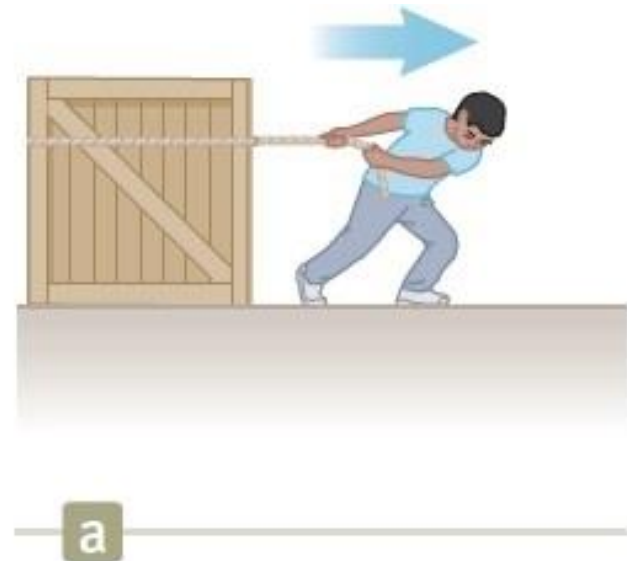
Οι Νόμοι της Κίνησης

- Β) Όταν τα σώματα επιταχύνουν υπό την επίδραση δύναμης ($\vec{a} \neq \mathbf{0}$)

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

- **Παράδειγμα**

- Βρείτε την επιτάχυνση που ασκείται στο κιβώτιο
- Βρείτε τη δύναμη που ασκεί το δάπεδο επάνω στο κιβώτιο



Οι Νόμοι της Κίνησης

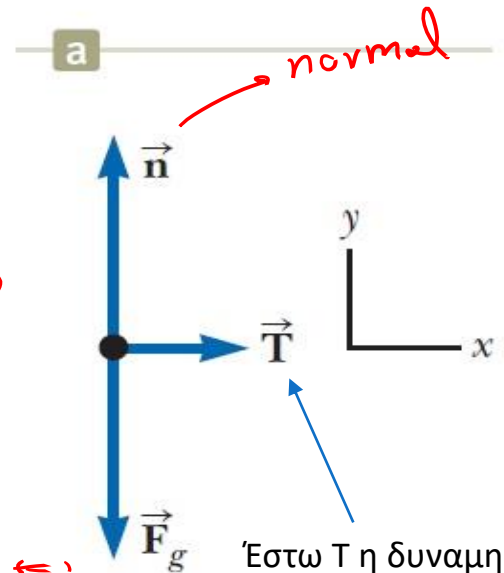
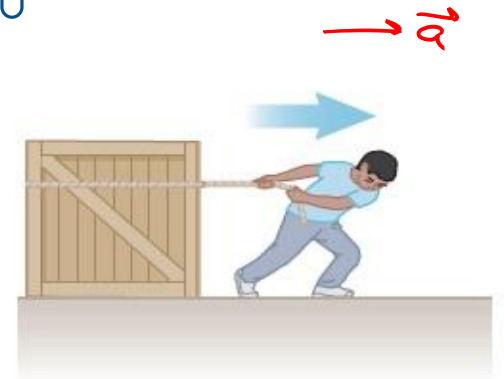
● Παράδειγμα

- Βρείτε την επιτάχυνση που ασκείται στο κιβώτιο
- Βρείτε τη δύναμη που ασκεί το δάπεδο επάνω στο κιβώτιο

● Επιτάχυνση έχει μόνο στον άξονα x.
Στον άξονα y δεν έχει κίνηση!
Στον άξονα x ισχύει ο 2^{ος} Νόμος Newton:
 $\sum \vec{F}_x = m\vec{a}_x \Leftrightarrow \vec{T} = m\vec{a}_x \Rightarrow T = ma_x \Leftrightarrow$
 $\Rightarrow \boxed{a_x = \frac{T}{m}}$, ηρεμάνω $a_y = 0$.

● Στον άξονα y ισορροπεί! Ισχύει ο 1^{ος} Νόμος Newton: $\sum \vec{F}_y = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{n} + \vec{F}_g = \vec{0} \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow n - F_g = 0 \Leftrightarrow n = F_g = mg \Rightarrow \boxed{n = mg}$

Διάγραμμα
ελεύθερου σώματος



Έστω T η δύναμη
από το νεαρό στο
κιβώτιο

Οι Νόμοι της Κίνησης

- **Δυο σημεία** που πρέπει να προσέξετε
- 1) Είναι δυνατόν να έχετε διαφορετικά μοντέλα ανάλυσης σε διαφορετικές κατευθύνσεις (άξονες)
 - Προηγούμενο παράδειγμα
 - Ισορροπία στον άξονα y
 - Επιτάχυνση στον άξονα x
- 2) Είναι δυνατόν να έχετε πολλαπλά μοντέλα ανάλυσης στην ίδια κατεύθυνση (άξονα)
 - Προηγούμενο παράδειγμα
 - Σώμα υπό επίδραση μη μηδενικής συνισταμένης δύναμης στον άξονα x
 - Σώμα υπό επίδραση σταθερής επιτάχυνσης στον άξονα x



Συνεχίζεται...

